

第壹部分：單選題(每題 4 分，共 80 分)

1. 在探究等速圓周運動的實驗中，我們觀察到質點在軌道上各點的運動狀態。依據科學原理，關於等速圓周運動中「向心加速度」的物理意義與公式，下列何者正確？

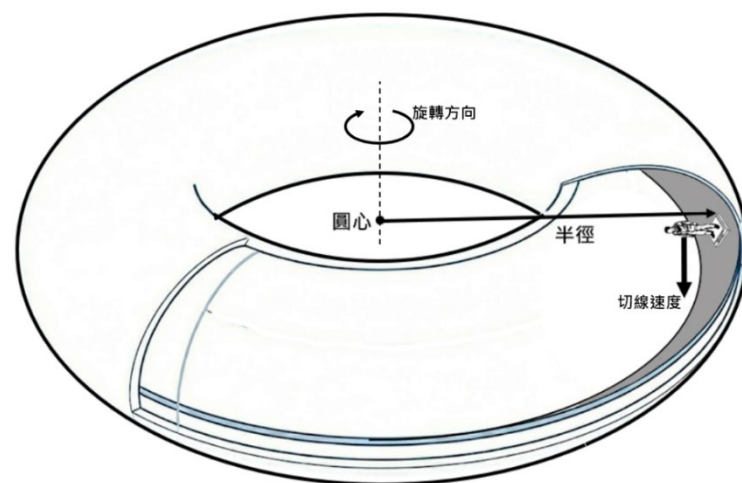
(A) 向心加速度的大小可以表示為 $a_c = \frac{R}{v^2}$
 (B) 向心加速度的單位在 SI 制中為 rad/s
 (C) 向心加速度的方向始終與質點的速度方向相同
(D) 向心加速度的大小與角速度的平方成正比，即 $a_c = R\omega^2$
 (E) 當向心力消失時，質點仍會保有向心加速度並繼續作圓周運動

2. 小華在實驗室操作等速圓周運動實驗，透過數據分析發現當旋轉半徑固定為 R 時，若將質點的旋轉週期由 T 縮短為 $\frac{1}{2}T$ ，則該質點所需的向心力會如何改變？

(A) 變為原來的 $\frac{1}{2}$ 倍
 (B) 變為原來的 2 倍
 (C) 變為原來的 $\frac{1}{4}$ 倍
(D) 變為原來的 4 倍
 (E) 維持不變

3. 在太空中(無重力環境)一項模擬人造重力的研究計畫中，設計了一個半徑為 2000 公尺的旋轉艙。若要讓旋轉艙內的實驗人員感受到如同地表重力加速度 g 的向心加速度，如圖所示(比例不代表實際大小)，當人站在旋轉艙中，外牆面給人的正向力作為向心力，站在磅秤上洽可以量到視重如同在地表一般，則旋轉艙旋轉的切線速率應最接近下列何值？(已知重力加速度 $g=10\text{m/s}^2$)

(A) 70 m/s **(B) 140 m/s** (C) 196 m/s (D) 440 m/s (E) 1400 m/s



4. 某學生欲使用資訊工具整理「週期 (T)」與「向心加速度 (a_c)」在半徑 (R) 固定時的數學規律，下列哪一個整理出的公式最符合科學原理？

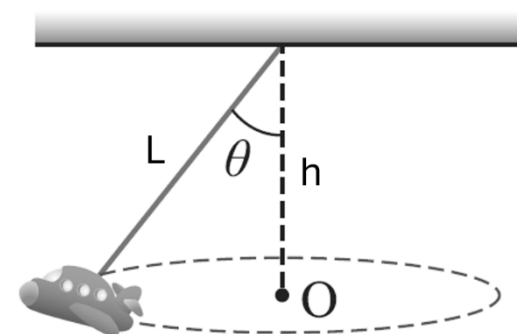
(A) $a_c = \frac{4\pi^2 R}{T^2}$ (B) $a_c = \frac{2\pi R}{T^2}$ (C) $a_c = \frac{4\pi R^2}{T}$ (D) $a_c = \frac{R^2}{T}$ (E) $a_c = \frac{2\pi R}{T}$

5. 一顆質量為 m 的人造衛星在距離地心 4R (R 為地球半徑) 的軌道上作等速圓周運動。已知地表的重力加速度為 g，請利用數學方法整理資訊，推算出該衛星的向心加速度量值為何？

(A) g (B) $\frac{1}{2}g$ (C) $\frac{1}{4}g$ (D) $\frac{1}{8}g$ **(E) $\frac{1}{16}g$**

6. 小華調整錐動擺的實驗裝置，保持擺繩長度 L 不變，但逐漸增加擺錘的轉動速率。請依據科學原理推論，下列哪一項因果關係的解釋是正確的？

(A) 所需的向心力將會減小
 (B) 速率增加，運動週期 T 會變長
 (C) 速率增加，擺繩的張力會維持不變
(D) 速率增加，擺線與鉛垂線的夾角 θ 會變大
 (E) 速率增加，擺錘軌道圓心與懸點的高度差 h 會變大



7. 質量 2 kg 的質點作錐動擺運動，擺繩與鉛垂線夾角 $\theta=37^\circ$ 。請運用科學原理計算此時擺繩張力的量值為何？

(已知重力加速度 $g=10\text{m/s}^2$) (A) 12 N (B) 15 N (C) 16 N (D) 20 N **(E) 25 N**

8. 在賽車場或鐵路彎道設計時，若不考慮摩擦力，僅靠路面傾斜角度 θ 與軌道曲率半徑 R 來提供車輛轉彎所需的向心力。依據科學原理，下列描述該系統中速率 v、重力加速度 g、半徑 R 與角度 θ 關係的公式何者正確？

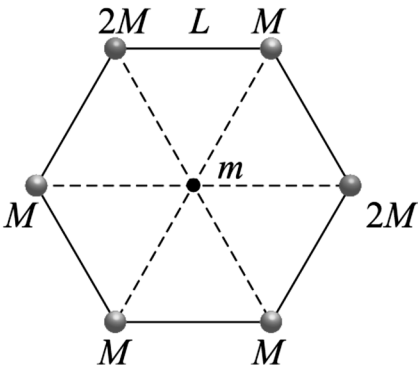
(A) $\sin \theta = \frac{v^2}{gR}$ (B) $\cos \theta = \frac{v^2}{gR}$ **(C) $\tan \theta = \frac{v^2}{gR}$** (D) $v = gR \cos \theta$ (E) $v^2 = gR \cos \theta$

9. 兩輛質量不同的賽車甲 (1000kg) 與乙 (2000kg)，同時以相同的速率 v 通過曲率半徑為 R 、傾斜角為 θ 的斜面彎道。請分析這兩輛車在轉彎過程中的受力與運動狀態，下列推論何者正確？
- (A) 甲車較輕，轉彎時所需的向心加速度比乙車小
(B) 乙車質量較大，故受到的正向力垂直分量大於其重力
(C) 兩車受到的正向力水平分量相同，因為兩者速率相同
(D) 若速率 高於安全速率，兩車皆會因為正向力水平分量不足而向軌道內側滑動
(E) 兩車皆能安全轉彎，因為所需向心力與質量成正比，而提供的正向力水平分量亦與質量成正比
10. 簡諧運動的實驗中，小明觀察到物體在光滑水平面上來回運動。根據簡諧運動的科學原理，下列關於「恢復力」與「離平衡點的位移」關係的解釋，何者正確？
- (A) 恢復力為一恆定量，不受位移改變的影響
(B) 恢復力的量值與位移的平方成正比，且方向指向平衡點
(C) 恢復力的量值與位移的大小成正比，且方向始終指向平衡點
(D) 恢復力的量值與速度的大小成正比，且方向與運動方向相反
(E) 恢復力的量值與位移的大小成正比，且方向始終與位移相同
11. 小華操作彈簧振子實驗，發現若將擺動的「振幅」變為原來的 2 倍，則依據科學原理推論，該系統的「週期」將會如何變化？
- (A) 變為原來的 2 倍 (B) 變為原來的 4 倍 (C) 變為原來的 $\sqrt{2}$ 倍 (D) 縮短為原來的 $\frac{1}{2}$ 倍 (E) 保持不變
12. 某一簡諧運動系統的物體質量為 1 kg，彈性常數 $k=100$ N/m。若該物體在水平面作振幅為 0.1 m 的簡諧運動，請計算其「最大速率」應為多少 m/s？
- (A) 1.0 m/s (B) 10 m/s (C) 0.1 m/s (D) 3.14 m/s (E) 6.28 m/s
13. 兩組太空人分別研究「小角度單擺」與「彈簧振子」的簡諧運動。甲組發現單擺在月球上的週期變長，乙組發現彈簧振子在月球上的週期不變。請分析這兩項探究結果的差異原因，下列何者正確？
- (A) 因為彈簧常數 會隨著重力變小而變大
(B) 兩組結果皆顯示簡諧運動不具有等時性
(C) 因為月球上沒有空氣，故乙組的結果是錯誤的
(D) 因為單擺的擺長在月球上會縮短，導致週期變長
(E) 因為單擺受重力影響，而彈簧振子的恢復力與重力無關
14. 小華分析一個簡諧運動物體的數據，發現當離平衡點位移 x 為正向最大值時，速度 v 與加速度 a 的狀態。請將此結果與科學模型對照，下列哪一項分析發現最符合因果關係？
- (A) v 為最大值， a 為最小值
(B) v 為零， a 為負向最大值
(C) v 為零， a 為正向最大值
(D) v 與 a 皆為最大值
(E) v 為負向最大值， a 為零
15. 關於「同步衛星」的特性，下列哪一項解釋最能說明其與地球自轉的因果關係？
- (A) 因為它在任何高度都能與地球自轉同步
(B) 因為它的公轉週期與地球自轉週期相同，且位於赤道正上空
(C) 因為它的公轉速率等於地球自轉的切線速率
(D) 因為它不受萬有引力作用，故能維持在空中不動
(E) 因為它的質量必須與地球質量相等才能同步
16. 若有一顆系外行星，其質量為地球的 18 倍，半徑為地球的 3 倍。則在該行星表面的重力加速度 g' 與地球地表重力加速度 g 的關係為何？
- (A) $g'=\frac{1}{2}g$ (B) $g'=2g$ (C) $g'=3g$ (D) $g'=6g$ (E) $g'=9g$
17. 小明在分析衛星數據時發現，若將衛星的軌道半徑增加，則衛星的相關物理量會發生變化。下列因果關係的解釋何者正確？
- (A) 衛星的公轉週期會變短
(B) 衛星所需的向心力會變大
(C) 衛星運行的角速度會變小
(D) 衛星運行的切線速率會變快
(E) 衛星受到的重力場強度會增加

18. 兩顆衛星 A、B 繞行同一行星，質量分別為 m 與 $2m$ ，軌道半徑分別為 R 與 $2R$ 。請分析兩者的運動參數比，下列推論何者正確？
- (A) A 與 B 的受力量值比為 1:1
(B) A 與 B 的向心加速度量值比為 4:1
 (C) A 與 B 的速率比為 2:1
 (D) A 與 B 的週期比為 1:4
 (E) A 與 B 的動能比為 1:1

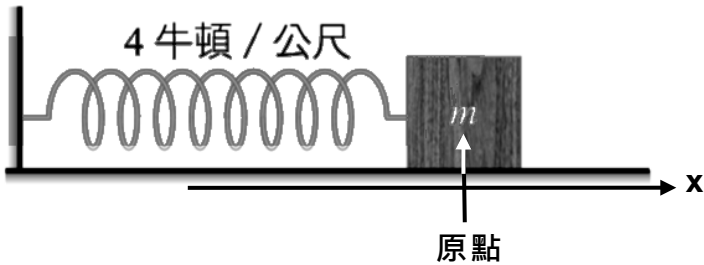
19. 將地球視為正球體，今小瑋以彈簧秤在自轉軸北極處量得體重為 60.0 公斤重，則在赤道上以一樣的方法測量，其體重約為多少公斤重？(已知地球半徑為 6.4×10^6 公尺，一天為 86400 秒)
- (A) 54.8 **(B) 59.8** (C) 60.0 (D) 60.2 (E) 65.2。

20. 有一邊長為 L 的正六邊形，在其頂角分別置一固定的質點，各質點的質量如圖所示，則在六邊形中心處放置質量為 m 的質點，其所受的萬有引力量值為何？
- (A) $\frac{GMm}{L^2}$** (B) $\frac{2GMm}{L^2}$ (C) $\frac{3GMm}{L^2}$ (D) $\frac{4GMm}{L^2}$ (E) $\frac{5GMm}{L^2}$ 。

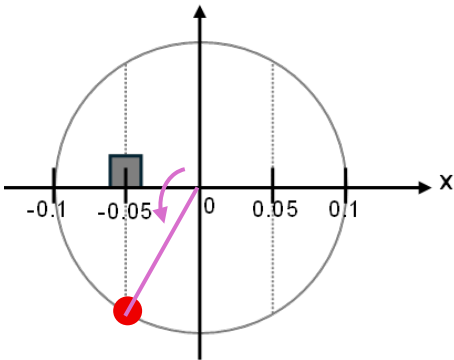


第貳部分：綜合題(共 25 分)

21. 如圖，有一彈性常數為 4 牛頓/公尺的彈簧，一端繫於牆壁，一端繫著木塊，且平放於水平光滑桌面上作簡諧運動。若以彈簧原長處為原點位至對時間關係為 $\vec{x}(t) = 0.1 \cdot \cos(2t)$ 公尺。試回答以下問題：(以下如有 π ，以 π 表示即可)
- (1) 木塊質量為多少公斤？(列式 2 分，答案 1 分，共 3 分)
- (2) 當木塊通過平衡點時，其瞬時速率為多少公尺/秒？(列式 2 分，答案 1 分，共 3 分)
- (3) 考慮一個週期內，當木塊向左通過平衡點的 b 秒後，木塊位置為 $\vec{x} = -0.05$ 公尺，木塊正向右移動，且速率越來越大。
- ① 已知簡諧運動可用等速率圓周運動投影來處理，請繪製對應此時木塊的圓周運動物體(逆時針旋轉)在圓上的何處。(3 分)
- ② 請問 $b = ?$ (列式 3 分，答案 1 分，共 4 分)



- (1) $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ ， $\omega = 2$ (2 分，看出一半就給 1 分)，故 $m = 1 \text{ kg}$ (1 分)
- (2) $V_{max} = R\omega$ (2 分) $= 0.2 \text{ m/s}$ (1 分)
- (3) 判斷出 $\Delta \theta = 60^\circ + 90^\circ = \frac{5\pi}{6}$ (1 分)， $T = \pi$ (1 分)， $\Delta t = \frac{\Delta \theta}{2\pi} T$ (1 分) $= \frac{5\pi}{12}$ 秒 (1 分)

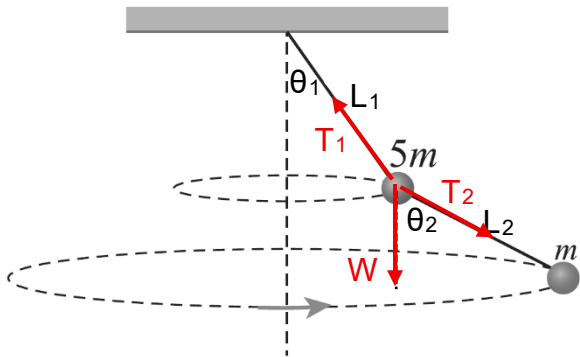


22. 請依據下列情形繪製受力物之力圖(標示力的種類、力的方向)，並列出其向心方向的合力關係式。(力圖 3 分，列式 3 分，共 12 分)
- (1) 兩條長度固定為 L_1 、 L_2 且質量可忽略不計的細繩，分別繫著質量為 $5m$ 和 m 的質點，兩質點以相同的角速度 ω 繞同一鉛直線水平等速圓周運動。

圓周運動。[繪製受力物力圖：5m]

受力物 5m 之向心方向合力關係式：(配合題目代號表示合適的向心加速度)

$T_1 \sin \theta_1 - T_2 \sin \theta_2 = 5m \cdot L_1 \sin \theta_1 \cdot \omega^2$ (力的符號依據其力圖標示表示，若僅 a_c 或合力部分正確給 1 分，看出是 $F = ma$ 或半徑為 $L_1 \sin \theta_1$ 也 1 分)



- (2) 太空中有質量分別為 m 與 M 之雙星，相互繞共同圓心做等速率圓周運動，已知週期相同皆為 T ，大圓半徑為 R ，小圓半徑為 r 。

[繪製受力物力圖：m] 已知萬有引力常數為 G

受力物 m 之向心方向合力關係式：(配合題目代號表示合適的向心加速度)

$\frac{GMm}{(R+r)^2} = m \cdot \frac{4\pi^2 R}{T^2}$ (力的符號依據其力圖標示表示，若僅 a_c 或 F_g 部分正確給 1 分，看出是 $F = ma$ 或是萬有引力分母部分為 $(R+r)^2$ 也 1 分)

